

# Pratybos Nr. 1

## MATRICOS SAŲOKA. TIESINIAI VEIKSMAI SU MATRICOMIS

- *Matrica* yra tam tikra tvarka surašytų skaičių stačiakampė lentelė.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- Lentelėje surašyti skaičiai vadinami *matricos elementais*.
- Ši matrica turi **n** eilučių ir **m** stulpelių. Ją vadinsime *stačiakampe matrica*.
- Matrica vadinama *kvadratine*, jei jos eilučių skaičius lygus stulpelių skaičiui.
- Elementai  $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$  sudaro matricos *pagrindinę įstrižainę*, o elementai  $a_{1n}, a_{2n-1}, \dots, a_{n1}$  – *šalutinę įstrižainę*.
- Kvadratinės matricos eilučių skaičius vadinamas *matricos eile*.

*Pavyzdžiui*, matrica  $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$  yra antros eilės.

- Matrica, kurios visi nariai lygūs nuliui, vadinama *nuline matrica*.
- Kvadratinė matrica, kurios visi elementai ant pagrindinės įstrižainės lygūs vienetui, o kiti lygūs nuliui, vadinama *vienetine matrica* ir žymima raide *E*.

*Pavyzdžiui*, matrica  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Matrica, gauta iš matricos *A* sukeitus jos eilutes ir stulpelius vietomis, vadinama *transponuotąja matrica* ir žymima  $A^T$ .

*Pavyzdžiui*, jei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ , tai  $A^T = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

- Matricos vadinamos *vienarūšėmis*, jei jos turi vienodą skaičių eilučių ir stulpelių.
- Vienarūšės matricos laikomos *lygiomis*, jeigu jų atitinkami elementai lygūs.

### Veiksmai su matricomis

- *Matricų sudėtis ir atimtis*. Dviejų vienarūšių (to paties formato) matricų suma (atimtis) laikoma matrica, kurią sudaro atitinkamų matricų elementų sumos (skirtumas).

$$C = A \pm B, c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

*Pavyzdžiui*, sudėsime matricas

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{ir} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Matricas sudėti galime, nes jos yra vienodo formato.

$$A + B = \begin{pmatrix} -1+2 & 3+6 & 2-4 \\ 4+3 & 0+2 & -5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -2 \\ 7 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

*Pavyzdžiui*, atimsime matricas

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{ir} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matricas atimti galime, nes jos yra vienu arūšės.

$$A - B = \begin{pmatrix} -3-3 & 2+1 \\ 1-2 & 0+4 \\ 4-1 & 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -1 & 4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- **Matricų daugyba iš skaičiaus.** Skaičiaus  $k$  ir matricos  $A$  sandauga vadinama matrica  $kA$ , kurioje kiekvienas matricos  $A$  elementas yra padaugintas iš skaičiaus  $k$ .

*Pavyzdžiui*, jei matrica  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 0 & 5 & 7 \end{pmatrix}$  ir skaičius  $k = 3$ , tai  $k \cdot A$  :

$$3A = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 & 3 \cdot (-1) & 3 \cdot (-2) \\ 3 \cdot 0 & 3 \cdot 5 & 3 \cdot 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -3 & -6 \\ 0 & 15 & 21 \end{pmatrix}.$$

- **Matricų sandauga.** Sudauginti matricas galima tada ir tik tada, kai *pirmosios matricos stulpelių skaičius lygus antrosios eilučių skaičiui*, t.y. kai matricos suderintos. Matricų  $A$  ir  $B$  sandauga vadinama matrica  $C$ , kurios elementai  $c_{ij}$  yra lygūs matricos  $A$   $i$ -osios eilutės elementų ir matricos  $B$   $j$ -ojo stulpelio atitinkamų elementų sandaugų sumai.

$$C_{m \times n} = A_{m \times p} \cdot B_{p \times n},$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^p a_{ik}b_{kj},$$

$$i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, p}.$$

*Pavyzdžiui*,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}.$$

$$\text{tai } C = A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} \end{pmatrix}.$$

*Pavyzdžiui*, sudauginsime matricas  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  ir  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ .

Pirmiausia nustatome ar sandauga  $A \cdot B$  galima. Matricos  $A$  stulpelių skaičius sutampa su matricos  $B$  eilučių skaičiumi. Vadinasi, sandauga  $A \cdot B$  galima.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 & 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \\ (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 4 \cdot 5 & (-1) \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 4 \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & 21 \\ 19 & 21 \end{pmatrix}.$$

## LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. Apynis A., Stankus E. Matematika. Vilnius: TEV, 2001.
2. Bulota K. Survila P. Algebra ir skaičių teorija. I dalis. Vilnius: Mokslas, 1989.
3. Furmonavičienė Z., Janušauskaitė S., Marčiukaitienė A., Prašmantienė D., Ratkienė N. Tiesinė algebra ir matematinė analizė. Kaunas: Technologija, 2001.
4. Matiukienė I., Pekarskienė A., Sabatauskienė V. Tiesinė algebra ir diferencialinis skaičiavimas. Kaunas: Technologija, 2001.
5. Pekarskas V., Pekarskienė A. Tiesinės algebros ir analizinės geometrijos elementai. Kaunas: Technologija, 2004.
6. Rumšas P. Trumpas aukštosios matematikos kursas. Vilnius: Mokslas, 1976.